



ОТКРЫТЫЙ ЧЕМПИОНАТ ШКОЛ ПО ЭКОНОМИКЕ

Задания ОЧ-2014 для 9 класса

Задание 1

В сказочной республике Экоматемашии в скором времени состоятся парламентские выборы. За власть в стране борются две партии – Богачи и Бедняки. В распоряжении партии Бедняков имеется 1 очий (денежная единица Экоматемашии), в распоряжении Богачей – 25 очиев, и это открытая информация. Каждая из партий максимизирует долю мест в парламенте. Богачи и Бедняки не любят друг друга и не будут договариваться о каком-либо сотрудничестве, даже если оно взаимовыгодно.

За несколько дней до голосования в штабах обеих партий раздались телефонные звонки. Звонил назначенный главой избирательной комиссии чиновник Непротивоткатов, чтобы пригласить представителей обеих партий на закрытую встречу. На встрече он заявил: «Вы должны понимать, что окончательные решения относительно исхода голосования буду принимать я. Предлагаю играть в открытую: в зависимости от того, сколько денег вы мне дадите в качестве взятки, я могу изменить результаты партии ваших конкурентов. Доля мест вашей партии в парламенте будет пропорциональна доле индекса избираемости к сумме индексов двух партий. Если Бедняки заплатят мне x очиев, индекс избираемости Богачей составит $I_r = x^2 - 2x + 1,5$. Если Богачи заплатят мне y очиев, индекс избираемости Бедняков составит $I_p = y^2 - 50y + 625,5$ ».

Если обе партии действуют рационально, какая из них получит большинство в парламенте? Сколько денег потратят на взятку Бедняки, а сколько – Богачи? Учтите, что никакая партия не заинтересована тратить денег больше, чем необходимо! Аргументируйте свои ответы.

Решение:

Для начала разберёмся, какой минимальный индекс избираемости может обеспечить конкуренту каждая из партий.

$$\begin{aligned} I_r &= (x - 1)^2 + 0,5 \Rightarrow I_{r_{min}} = I_r(1) = 0,5 \\ I_p &= (y - 25)^2 + 0,5 \Rightarrow I_{p_{min}} = I_p(25) = 0,5 \\ I_r &= I_p \end{aligned}$$

Поскольку у каждой партии имеется в распоряжении необходимое для минимизации индекса избираемости соперника количество очиев, предположим, что для каждой партии оптимально потратить на взятку все имеющиеся в распоряжении деньги. Теперь докажем, что полная трата денег действительно является оптимальной стратегией для каждой из партий. Проведём рассуждение для партии Богачей (для Бедняков доказательство аналогично).

Обратим внимание, что целевой функцией партии Богачей является $fr = I_r / (I_r + I_p)$ («Доля мест вашей партии в парламенте будет пропорциональна вашему индексу избираемости»). Эту функцию нужно максимизировать. Но по какой переменной? По I_p – ведь именно на этот параметр Богачи могут влиять. Тогда, принимая I_r в качестве константы, $\max[I_r / (I_r + I_p)] \Leftrightarrow \min[I_p]$. Значит, для максимизации доли мест в парламенте необходимо минимизировать индекс конкурентов, и найденная выше стратегия на самом деле оптимальна. Трата всех имеющихся денег не является «тратой большей, чем необходимо».

Таким образом, Богачи потратят на взятку 25 очиев, Бедняки – 1 очий. При этом их индексы избираемости совпадут, и ни одна из партий не сможет обеспечить парламентское большинство – места между ними разделятся поровну.

Этого же результата можно было бы добиться и с меньшими затратами: например, если бы Бедняки договорились с Богачами потратить 0 очиев, а Богачи – 24 очия, их индексы избираемости снова

совпали бы, и исход оказался бы тем же. Но кооперация запрещена условием: «Богачи и Бедняки не любят друг друга и не будут договариваться о каком-либо сотрудничестве, даже если оно взаимовыгодно».

Ответ: ни одна из партий не получит большинство, каждый потратит по максимуму: 1 и 25 очив.

Задание 2

На совершенно конкурентном рынке предприниматель работает на собственном самосвале и перевозит гравий. Собственный вес самосвала составляет 8 тонн. За перевозку 1 тонны гравия он получает 2000 рублей.

Известны предельные издержки (в рублях) на перевозку каждой дополнительной тонны груза (за 1 рейс):

$$MC(q) = 3q^2 - 220q + 4400, \text{ где } q - \text{ количество тонн гравия}$$

Средние расходы на перевозку 1 тонны груза (AC) (за 1 рейс):

$$AC(q) = q^2 - 110q + 4400$$

1. Какое количество груза будет перевозить автомобиль при таких условиях? Какую прибыль получит предприниматель?
2. Предположим, что наш предприниматель решил соблюдать закон. По закону максимальный вес грузового автомобиля составляет 40 тонн. Какую прибыль в этих условиях получит предприниматель?
3. Какого размера должен быть штраф за превышение максимального веса грузового автомобиля, чтобы предпринимателю было неважно – соблюдать закон или нет (при условии, что нарушение обязательно будет выявлено)?
4. Анализируя средние издержки, посчитайте, какую максимально возможную прибыль на единицу продукции (на 1 тонну гравия) может получить предприниматель.

Решение:

1. Воспользуемся условием максимизации прибыли на рынке совершенной конкуренции.

Оптимальным является объем выпуска, при котором цена равна предельным издержкам фирмы:¹

$$p = MC$$

Получаем уравнение:

$$3q^2 - 220q + 4400 = 2000,$$

решая которое, получаем два уровня выпуска: $q_1 = 60$; $q_2 = \frac{40}{3}$.

Прибыль, которую получает предприниматель, равна: $PR = TR - TC = p * q - q * AC(q)$

Максимальная прибыль достигается при $q = 60$ и составляет $2000 * 60 - 60 * (60^2 - 110 * 60 + 4400) = 36000$.

При $q = \frac{40}{3}$ прибыль отрицательна:

$$2000 * \frac{40}{3} - \frac{40}{3} * \left(\left(\frac{40}{3} \right)^2 - 110 * \frac{40}{3} + 4400 \right) = \left(-2400 + 110 * \frac{40}{3} \right) * \frac{40}{3} - \left(\frac{40}{3} \right)^3 < 0$$

2. Теперь предпринимателю запрещено провозить 60 тонн гравия. Максимально возможный объем гравия теперь составляет: $40 - 8 = 32$ тонны.

Прибыль, которую получит предприниматель, составит при этих условиях $2000 * 32 - 32 * (32^2 - 110 * 32 + 4400) = 3072$

3. При штрафе ниже, чем $36000 - 3072 = 32928$, предпринимателю будет выгодно нарушать закон. Соответственно, предпринимателю все равно, нарушать закон или нет при штрафе, равном 32928.

4. Для ответа на данный вопрос необходимо найти максимальное значение прибыли на единицу продукции, т.е. величины $\pi = \frac{TR-TC}{q}$.

Заметим, что $\frac{TR-TC}{q} = \frac{pq-TC}{q} = p - AC(q)$. Максимум данной функции достигается тогда, когда достигается минимум функции $AC(q)$.

¹ Заметим, что это необходимое условие максимизации прибыли.

График функции $AC(q) = q^2 - 110q + 4400$ – парабола, ветви которой направлены вверх. Следовательно, данная функция достигает минимума в вершине, т.е. при $q = \frac{110}{2} = 55$. Значение функции в точке $q = 55$ составляет $AC(55) = 55^2 - 110 * 55 + 4400 = 1375$. Таким образом, максимальное значение прибыли на единицу продукции равно $2000 - 1375 = 625$.

Задание 3

Для анализа рыночной структуры используется такой показатель как степень концентрации, который отражает удельный вес крупных фирм, доминирующих на рынке.

На концентрацию влияют два параметра – число фирм на рынке и также распределение рыночных долей фирм. Считается, что чем меньше фирм, тем выше уровень концентрации; чем выше неравномерность распределения рыночных долей, тем выше уровень концентрации.

Не существует единого способа расчета этого показателя. На практике используются несколько индексов, применяющихся в зависимости от конкретной ситуации. Рассмотрим три индекса. Все они принимают значения от нуля (в случае совершенной конкуренции, когда на рынке работает большое число одинаковых фирм) до единицы (в случае монополии, когда на рынке функционирует лишь одна фирма).

- $\frac{1}{n}$, где n – количество фирм на рынке
- Индекс Герфиндаля-Хиршмана $HHI = s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_n^2$, где $s_i = \frac{q_i}{Q}$ – доля i -той фирмы на рынке; $Q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n$
- Индекс Холла-Тайдмана $HTI = \frac{1}{2(R_1s_1 + R_2s_2 + \dots + R_ns_n) - 1}$ где R_i – ранг i -той фирмы (фирма, имеющая наибольшую долю на рынке, имеет ранг 1, фирма с наименьшей долей имеет ранг n)

Имеется следующая информация о рынке некоторого продукта в стране А:

	Объем продаж	Доля в суммарном объеме продаж
Фирма 1	180	0,2
Фирма 2	270	
Фирма 3	360	
Фирма 4		

- Рассчитайте 3 индекса концентрации для данного рынка
- Какие преимущества и недостатки имеет каждый из перечисленных индексов?
- Исследователи считают, что через некоторое время структура рынка в стране А может измениться. Известно, что доли объемов продаж Фирмы 1 и Фирмы 4 не изменятся; Фирма 2 станет лидером, а Фирма 3 займет второе место на рынке. Найдите границы, в которых может установиться значение индекса HTI в этом случае.

Решение:

1. Вычислим долю для каждой из фирм и проставим соответствующие ранги:

	Объем продаж	Доля в суммарном объеме продаж (s_i)	Ранг (R_i)
Фирма 1	180	0,2	3
Фирма 2	270	0,3	2
Фирма 3	360	0,4	1
Фирма 4	90	0,1	4
Сумма:	900	1	

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$HHI_A = 0,2^2 + 0,3^2 + 0,4^2 + 0,1^2 = 0,3$$

$$HTI = \frac{1}{2(3*0,2+2*0,3+1*0,4+4*0,1)-1} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

2. Нет единого метода измерения рыночной концентрации, т.к. существует несколько факторов, влияющих на этот показатель, и учесть их все в одном индексе достаточно сложно.

Показатель $\frac{1}{n}$ является наиболее простым для вычисления (необходимо знать только количество фирм), но, с другой стороны, этот показатель никак не учитывает относительный размер фирм на рынке.

Индекс НИИ учитывает размеры фирм, но он недооценивает роль фирм небольшого размера.

Индекс НТИ увеличивает значение мелких фирм на рынке из-за умножения их рыночных долей на более высокий ранг.

3. Пусть x – доля Фирмы 2, y – доля Фирмы 3.

	Доля в суммарном объеме продаж (s_i)	Ранг (R_i)
Фирма 1	0,2	3
Фирма 2	x	1
Фирма 3	y	2
Фирма 4	0,1	4
Сумма:	1	

При этом $x + y = 0,7$.

Чтобы Фирма 3 была в втором месте, должно выполняться условие $0,2 < y < x$.

Индекс $HTI = \frac{1}{2x+4y+1}$.

Решая систему $\begin{cases} HTI = \frac{1}{2x+4y+1} \\ x + y = 0,7 \\ 0,2 < y < x \end{cases}$, получим, что $\frac{10}{31} < HTI < \frac{5}{14}$.

Ответ: $(\frac{10}{31}; \frac{5}{14})$.

Задание 4

В последнее десятилетие в некоторых странах мира были проведены кардинальные реформы системы школьного образования. В частности, вместо одинакового для всех старшеклассников набора дисциплин в некоторых странах перешли на системы «курсов по выбору», когда учащиеся сами могут выбирать, какие классы им посещать.

Страна А подумывает о целесообразности перехода на подобную систему с гибкой программой для старшеклассников (последний год обучения в школе). Цель реформы – увеличить средний балл выпускников по ЕГЭ. Свое решение правительство страны принимает на основе данных о результатах реформы в двух других странах. В стране N всегда действовала классическая система с обязательной учебной программой, в то время как в стране M сначала действовала классическая система образования, но затем была проведена реформа, и с 2010 года все выпускники школ учились по системе «курсов по выбору». Ниже приведены имеющиеся данные о среднем балле по ЕГЭ в этих странах:

	2006	2007	2008	2009	2010
Страна N	30	33	36	40	43
Страна M	41	44	47	50	57

Вам предлагается подготовить свое экспертное заключение для правительства, обсудив чужие мнения и предложив свою собственную оценку. Постарайтесь при этом максимально использовать имеющиеся данные.

1. На основании имеющейся информации первая группа экспертов сделала вывод, что реформа позволит увеличить средний балл по ЕГЭ приблизительно на 7 пунктов. Как Вам кажется, на чем основана эта оценка? Почему, скорее всего, она плохо отражает истинный эффект реформы?

2. Между тем, вторая группа экспертов считает, что реформа сможет увеличить средний балл по ЕГЭ приблизительно на 14 пунктов. Как Вам кажется, на чем основана эта оценка? Почему, скорее всего, она плохо отражает истинный эффект реформы?

3. Можете ли Вы предложить более надежную оценку эффекта от реформы на основе имеющейся информации? Какие у нее могут быть недостатки?

4. Используя данные о среднем балле ЕГЭ в двух странах в 2006-2009 годах, проанализируйте надежность вашей оценки.

Решение:

1. Очевидно, данная группа экспертов сравнила результаты ЕГЭ до и после реформы в стране М. Таким образом, эксперты предполагают, что реформа – единственный фактор, изменившийся с 2009 года по 2010 год и повлиявший на результаты ЕГЭ

Эту предпосылку трудно назвать реалистичной: например, правительство могло провести другие реформы, прямо или косвенно влияющие на успеваемость старшеклассников (переподготовка педагогических кадров, изменение программы учебных дисциплин), могли измениться условия сдачи экзаменов. Наконец, выпускники разных лет могут отличаться по общему уровню успеваемости. К тому же, в стране М каждый год наблюдался устойчивый рост среднего балла на 3 пункта, однако эксперты не учли этого факта.

2. Данная группа экспертов сравнила результаты ЕГЭ в 2010 году в двух странах. Тем самым эксперты неявно предполагают, что вся разница в результатах ЕГЭ объясняется различиями в организации школьной программы в старших классах. Иными словами, эксперты не принимают во внимание потенциальные различия между начальной школой в двух странах, между воспитанием подростков и спросом экономики на различные уровни образования.

3. Можно заметить, что часть недостатков двух оценок можно нивелировать, если сравнить результаты одновременно между годами и странами. Предполагая, что существуют общие факторы, влияющие на результаты ЕГЭ в обеих странах, их роль можно оценить, используя данные в 2009-2010 годах по стране N, в которой не было реформы. Данный эффект равен 3. Между тем средний балл ЕГЭ вырос в 2009-2010 годах в стране М, где была проведена реформа, на 7 баллов. Разницу между двумя показателями (4 пункта) логично отнести за счет реформы.

Хотя данная оценка более надежна, чем предыдущие два варианта, у неё также имеются существенные недостатки:

- Прежде всего оценка предполагает, что все факторы, помимо реформы, влияющие на результаты ЕГЭ в двух странах, у них одинаковые. Если, скажем, страны N и М провели иные реформы в 2009 году, то это может привести к относительному росту результатов в стране М, даже если интересующая экспертов реформа реально не имела никакого эффекта.
- Оценка сделана на основе данных о двух конкретных годах и регионах. Нельзя до конца быть уверенным, что реформа будет иметь одинаковый эффект в других обстоятельствах.
- Оценка основана на очень небольшом объеме данных, поэтому скорее всего не отличается большой точностью. Если бы имелось больше информации из других регионов, можно было бы получить более надежную оценку или по крайней мере сделать вывод о её точности.

4. Как отмечено выше, одна из главных предпосылок последней оценки заключается в том, что страны очень похожи за исключением проведения реформы. То есть изменения в результатах ЕГЭ между годами в двух странах обусловлены одними и теми же факторами. Хотя проверить точно это предположение при имеющихся данных невозможно. Естественно ожидать, что если оно верно, то динамика ЕГЭ в годы перед реформой в двух странах должна быть схожа. Действительно, согласно данным таблицы, в обеих странах в 2006-2009 годах рост результатов ЕГЭ составлял 3-4 балла в год. Если нарисовать два графика, можно заметить, что в двух странах “параллельные тренды”.