ОТКРЫТЫЙ ЧЕМПИОНАТ ШКОЛ ПО ЭКОНОМИКЕ
МГУ имени М.В.Ломоносова

Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова

Экономический факультет
МГУ имени М.В.Ломоносова

При поддержке Правительства Москвы

Открытый чемпионат школ по экономике

Задания индивидуального тура

Задача №3

Условие задачи

В одном городе действует фирма-монополия по производству шоколадных батончиков «Снарс». У монополии есть два завода, которые производят идентичные шоколадные батончики. Заводы управляются двумя братьями. Первым заводом управляет младший брат, и издержки производства составляют $4q_1$, где q_1 – выпуск батончиков в тыс. штук. Вторым заводом управляет старший брат, издержки производства батончиков составляют $0{,}25q_2^2$, где q_2 – выпуск батончиков в тыс. штук.

Спрос на шоколадные батончики предъявляются две группы потребителей, функции спроса которых имеют вид $q_A = 16 - p_{\text{A}}$, $q_{\text{B}} = 10 - p_{\text{B}}$, где q_i - величина спроса i-й группы при цене p_i. Монополия устанавливает единую цену для двух групп потребителей и при этом максимизирует свою прибыль.

Вопросы

Какую цену на шоколадный батончик установит монополия, и чему будет равна ее прибыль?

Решение

Найдем предельные издержки каждого завода:
$MC_1 = 4$; $MC_2 = 0.5q_2$

Далее посмотрим совместную функцию предельных издержек, если монополия действует рационально:

$$MC = \begin{cases} 0.5\text{Q}, & \text{Q} \le 8 \\ 4, & \text{Q} \ge 8 \end{cases}$$

Суммируем две функции спроса и получаем совместную функцию спроса на продукцию монополии:

$$Q = \begin{cases} 26 - 2p, p \in [0; 10] \\ 16 - p, \quad p \in [10; 16] \end{cases}$$

Переходим к обратной функции спроса:

$$P = \begin{cases} 16 - Q, \quad\quad Q \in [0; 6] \\ 13 - 0.5Q, Q \in [6; 26]’ \end{cases}$$

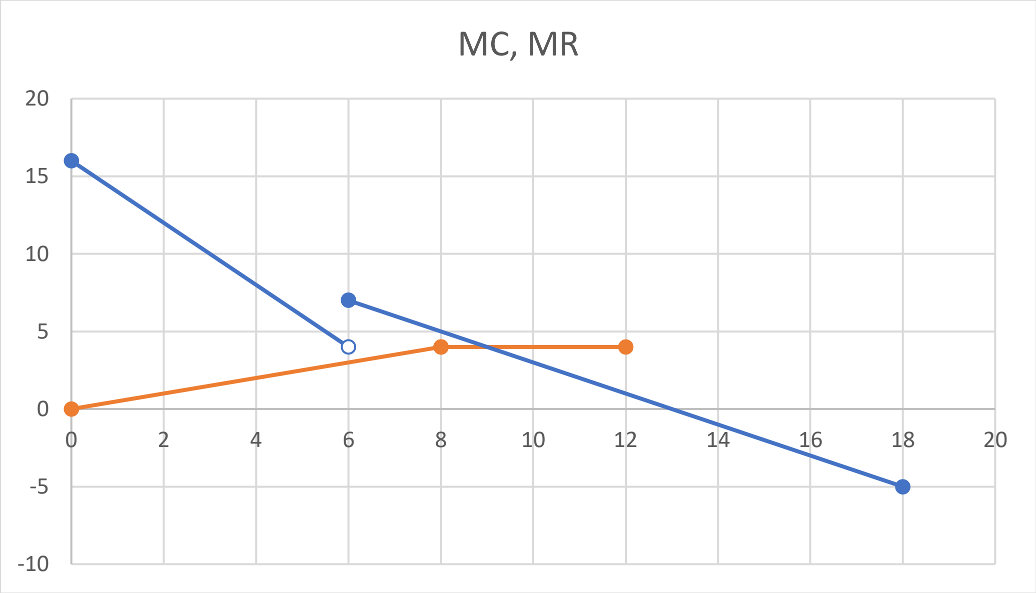
Далее находим функцию предельной выручки на каждом участке.

$$MR = \begin{cases} 16 - 2Q, Q \in \ [0; 6] \\ 13 - Q, \quad Q \in \ [6; 26] \end{cases}$$

Строим на одном графике функцию предельной выручки и издержек, находим пересечение и рассчитываем ответ:

$Q = 9, q_1 = 1 , q_2 = 8 , p = 8{,}5 ; q_A = 7.5 ; q_B = 1.5$

График предельных выручки и издержек (по горизонтальной оси отложено количество продукции, по вертикальной оси – цена реализации):



Задача №4

Условие задачи

В стране Альфа производится и потребляется всего два товара: X и Y. В 2016 году объем производства товара X составлял 100 единиц при цене 50 рублей за единицу, а объем производства товара Y был равен 110 единиц при цене 100 рублей за единицу.

В 2017 году функции спроса на товар X и его предложения, соответственно, имеют вид: $X_D = 400 - 2P_X$ и $X_S = 2 * P_X$. Функции спроса на товар Y и его предложения, в свою очередь, заданы уравнениями: $Y_D = 200 - 2P_Y$ и $Y_S = 2 * P_Y$.

В 2017 году правительство планирует установить потоварный налог, взимаемый с производителей товара X. Других источников доходов, кроме поступлений в казну от этого налога, у государственного бюджета нет.

Также правительство собирается ввести потоварную субсидию, выплачиваемую производителям товара Y. Все расходы государственного бюджета, кроме выплаты данной субсидии, фиксированы и составляют 1000 рублей в год.

Вопросы

Определите, какого максимального профицита бюджета может достичь правительство в 2017 году в рамках указанной политики, при условии, что реальный ВВП страны Альфа в 2017 году по сравнению с 2016 годом должен вырасти на 25%?

При определении реального ВВП считайте 2016 год базовым.

Решение

Обозначим t — ставку потоварного налога. Равновесный выпуск товара X в этом случае составит: $X = 200 - t$, а поступления в бюджет будут равны $tX = 200t - t^2$.

Обозначим s — ставку потоварной субсидии. Равновесный выпуск товара Y в этом случае составит: $Y = 100 + s$, а расходы бюджета будут равны $sY = 100s + s^2$.

Реальный ВВП 2016 года был равен 100*50+110*100=16000

Реальный ВВП 2017 года будет равен: 50*(200-t)+100*(100+s). По условию, он должен превышать реальный ВВП 2016 года на 25%, следовательно 50*(200-t)+100*(100+s)=16000*1,25

Отсюда получаем: t=2s.

Профицит бюджета равен:

$$Prof = tX - sY - 1000 = 200t - t^2 - 100s - s^2 - 1000$$

С учетом того, что t=2s, это выражение можно преобразовать так:

$$Prof = 300s - 5s^2 - 1000$$

Это функция — парабола с ветвями, направленными вниз. Следовательно, можно определить, что ее максимум достигается при s=30 и составляет 3500.

Ответ: 3500