



ОТКРЫТЫЙ ЧЕМПИОНАТ
ШКОЛ ПО ЭКОНОМИКЕ
МГУ имени М.В.Ломоносова

Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова

Экономический факультет
МГУ имени М.В.Ломоносова



При поддержке Правительства Москвы

Открытый чемпионат школ по экономике

Задания индивидуального тура

Задача №3

Условие задачи

Гражданин К хочет открыть летнюю мини-кафешку и продавать вкусняшки. Предприниматель исследовал рынок. Он выяснил, что в зависимости от того, какая цена будет установлена, будет продано то или иное количество вкусняшек за день. Результаты исследования приведены в таблице (Q_i – количество, P_i – соответствующая цена).

Q_i	12	15	9	8	26	2
P_i	12	9	15	15	9	18

Гражданин К считает, что на небольшом рынке в местном парке он будет монополистом. Предприниматель хочет оценить спрос линейной моделью.

$$\hat{Q}_i = \alpha - \beta P_i$$

где $\hat{Q}_i$ – оцениваемое количество проданных вкусняшек, P_i – установленная цена в д.е.

Предприниматель считает, что его модель спроса является верной. Чтобы выяснить точную формулу для функции спроса, он использует следующую процедуру: выбирает параметры α и β таким образом, чтобы минимизировать функцию отклонений фактического количества от оцененного: $L = \sum_{i=1}^6 (Q_i - \hat{Q}_i)^2$, где Q_i – фактическое количество, представленное в таблице выше.

Предприниматель планирует установить агрегат для производства вкусняшек. Агрегат стоит 1500 д.е., при этом издержки на производство на каждом агрегате составляют

$ТС = 0.45Q^2$, где Q – объем произведенных вкусняшек на агрегате за день.

Предприниматель полагает, что его летняя мини-кафешка будет работать в течение 100 дней, после чего агрегат придется списать.

Вопросы

1. Вычислите α и β . Нарисуйте график спроса на вкусняшки. На том же самом рисунке изобразите 6 точек, указанных в таблице.
2. Помогите предпринимателю посчитать наибольшую прибыль, которую он может получить за 100 дней работы летней кафешки.

Для того, чтобы не утомлять вас вычислениями, мы добавили некоторые суммы, возможно, они упростят вам жизнь. ☺

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 Q_i = 12$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 P_i = 13$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 P_i Q_i = 134$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 P_i^2 = 180$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 Q_i^2 = 199$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 P_i^2 Q_i^2 = 21273$$

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \frac{Q_i}{P_i} = \frac{17}{15}$$

Решение

1. Минимизируем функцию отклонений фактического количества от оцененного, используя предполагаемую линейную зависимость от цены.

$$L = \sum (Q_i - (\alpha - \beta P_i))^2 \rightarrow \min$$

$$L = \sum (Q_i - (\alpha - \beta P_i))^2$$

Это парабола ветвями вверх по каждой из переменных α и β , поэтому сначала найдем минимум по переменной α :

$$L'_\alpha = -2 \sum (Q_i - (\alpha - \beta P_i)) = 0$$

$$\alpha = \frac{\sum Q_i + \beta \sum P_i}{n}$$

То есть мы нашли оптимальное значение α для всех значений β . Теперь требуется подставить это выражение в исходную функцию L и получить оптимальное значение параметра β .

$$L = \sum (Q_i - (\alpha - \beta P_i))^2 = \sum \left(Q_i - \left(\frac{\sum Q_i + \beta \sum P_i}{n} - \beta P_i \right) \right)^2$$

Это парабола с ветвями вверх относительно параметра β .

$$L = \sum \left(\left(Q_i - \frac{\sum Q_i}{n} \right) + \beta \left(P_i - \frac{\sum P_i}{n} \right) \right)^2 \rightarrow \min$$

Нам известно значение выражений $\frac{\sum Q_i}{n}$ и $\frac{\sum P_i}{n}$. Подставим их

$$L = \sum ((Q_i - 12) + \beta(P_i - 13))^2 \rightarrow \min$$
$$L'_\beta = -2\sum (Q_i - 12 + \beta(P_i - 13))(P_i - 13) = 0$$
$$\sum (Q_i - 12 + \beta(P_i - 13))(P_i - 13) = 0$$

Из получившегося уравнения находим выражение для β :

$$\beta = -\frac{\sum (Q_i - 12)(P_i - 13)}{\sum (P_i - 13)^2}$$
$$\beta = 2$$

Далее вычисляем значение параметра α :

$$\alpha = 38$$

Получаем уравнение спроса:

$$Q = 38 - 2P$$

2. Рассчитав уравнение спроса, а также зная издержки предпринимателя, можно вычислить максимальную прибыль.

$$P = 19 - 0.5Q$$

$$MR = 19 - Q$$

$$MC = 0.9Q$$

$$Q = 10$$

$$PR \text{ (за день)} = 10 \cdot 14 - 45 = 95$$

$$PR_{sum} = 95 \cdot 100 - 1500 = 8000$$

Задача №4

Условие задачи

Предположим, что Германия специализируется на производстве автомобилей, а США – на производстве компьютеров. Предельные издержки производства автомобилей в Германии равны 1000 евро, а предельные издержки производства компьютеров в США – 1000 долларов.

Вопросы

1. Как Вы думаете, почему в реальной жизни цены на автомобили, произведенные в Германии, могут отличаться в США и в Германии? Почему при этом потребители не покупают автомобили на рынке, где их цена ниже?
2. Какие цены на свои товары установят фирмы в каждой стране, если спрос на продукцию каждой из фирм имеет постоянную эластичность, равную (-2) ?
3. Предположим, что фирмы установили в начале года цены, подсчитанные Вами в предыдущем пункте в валюте производителей. Из-за жесткости цен производители не смогут поменять ценники в течение следующего года. На

сколько процентов изменятся импорт и экспорт США в Германию (выраженные в долларах), если доллар подешевеет к евро на 10%?

4. Как изменится ответ на предыдущий вопрос, если экспортёры зафиксировали цены в начале года в валюте покупателей?
5. На сколько процентов изменятся импорт и экспорт каждой страны в их валютах, если экспортёры обеих стран устанавливают цены в долларах?
6. Предположим, что центральные банки в двух странах могут влиять на валютный курс доллара к евро. Предполагая, что экспортёры устанавливают цены в долларах, сравните выгоды и издержки девальвации национальной валюты для каждой страны по их эффекту на инфляцию потребительских цен и по стимулированию производства?

Решение

1. Основные причины:

- Транспортные издержки (в том числе тарифы и пошлины).
- Конкуренция с другими продавцами, которые могут отличаться между странами.
- Законодательные запреты: легальный запрет на перепродажу новых автомобилей обычно не позволяют покупателям осуществлять арбитраж между рынками в разных странах.

2. Будем максимизировать функцию прибыли $Pr = q(p)(p - c)$,

$$q'(p)(p - c) + q(p) = 0 \rightarrow p = \frac{\sigma}{\sigma - 1}, \sigma = -\frac{q'(p)}{q}p$$

Таким образом, немецкие производители установят цену на автомобили, равную $p_{auto} = 2 \cdot 1000 = 2000$ евро в обеих странах, а американские фирмы будут продавать компьютеры за $p_{comp} = 2 \cdot 1000 = 2000$ долларов в каждой стране.

3. Эластичность выручки по цене:

$$\frac{d(pq)}{dp} \frac{p}{pq} = \left(q + \frac{dq}{dp} \right) \frac{1}{q} = 1 - \sigma = -1$$

Если цены экспортеров зафиксированы в валюте производителей, то цена компьютеров в Германии упала на 10%, а цена автомобилей в США выросла на 10%. Импорт США равен выручке немецких экспортеров, а экспорт США равен выручке американских экспортеров, пересчитанные в доллары. Следовательно, импорт США упал на 10%.

4. Если цены зафиксированы в валюте покупателей, то объемы продаж в местной валюте также постоянны. Таким образом, импорт США не изменился, а экспорт увеличился на 10% за счет пересчета в доллары.

5. Для США импорт устроен также, как в пункте (4), и остается постоянным, а экспорт устроен также, как в пункте (3), и возрастает на 20%. Для Германии в евро экспорт упадет на 10%, а импорт вырастет на 10%.

6. Девальвация доллара не приведет к инфляции, поскольку цены зафиксированы в долларах, в то время как девальвация евро автоматически повышает импортные цены и ИПЦ в Германии. Таким образом, если центральный банк заботится об инфляции, выгоды от девальвации национальной валюты существенно ниже для ЕЦБ, чем для ФРС. Аналогично, девальвация доллара стимулирует экспорт на 20%, в то время как девальвация евро повышает экспорт Германии только на 10%. Следовательно, девальвация ФРС также более эффективна в стимулировании национального экспорта по сравнению с ЕЦБ.