



ОТКРЫТЫЙ ЧЕМПИОНАТ  
ШКОЛ ПО ЭКОНОМИКЕ  
МГУ имени М.В.Ломоносова

Московский государственный университет  
имени М.В.Ломоносова

Экономический факультет  
МГУ имени М.В.Ломоносова



При поддержке Правительства Москвы

## Открытый чемпионат школ по экономике Задания индивидуального тура

### Задача №3

#### Условие задачи

В некотором государстве Альфа есть большой город М. Около города М располагаются  $N$  поселений  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , расположенных на удалении  $a_i$  от города М. Между собой эти поселения не имеют дорог. Грузовик берёт весь груз в городе М и развозит его по населённым пунктам, после чего возвращается в город. При этом издержки перевозки на 1 км постоянны и равны 1 у.е. за тонну груза (например, издержки перевозки трёх тонн груза на расстояние 4 километра составят  $3 \cdot 4 = 12$  у.е.). Так сложилось, что в один день апреля грузовику выпал следующий заказ: в каждый город необходимо доставить  $a_j$  тонн груза, например, в населённый пункт, находящийся в 10 км от города, требуется отвезти 10 т груза.

#### Вопросы

В каком порядке следует развозить груз в населённые пункты, чтобы стоимость перевозки была минимальной?

Обратите внимание, что грузовик забирает весь свой груз в городе М в самом начале дня и далее выгружает его только в поселениях  $a_1, a_2, \dots, a_N$ .

#### Решение

*Эту задачу можно решить многими способами, мы приведём тот, который кажется нам оптимальным. Участники вправе приводить любое аналогичное строгое доказательство.*

Вне зависимости от того, как грузовик повезёт груз, ему необходимо совершить путь от города М в каждое поселение и обратно. Для удобства пронумеруем поселения в том порядке, в котором грузовик их объедет, т.е. сначала он поедет в  $a_1$ , затем в  $a_2$  и т.д. Тогда затраты на поездку в посёлки будут равны:

$$TC_1 = (\sum_{i=1}^N a_i) * a_1 + (\sum_{i=2}^N a_i) * a_2 + \dots + a_N * a_N$$

Заметим, что эту величину можно представить как сумму попарных произведений расстояний, причём каждое произведение встречается лишь один раз. Действительно, после учёта поездки в посёлок  $a_i$  груз с весом  $a_i$  уже не входит в стоимость поездки в другие посёлки, а значит и в попарные произведения. Тогда:

$$TC_1 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i * a_j$$

Очевидно, что значение этого выражения никак не зависит от того, в каком порядке развозят груз. Рассмотрим аналогичное выражение для стоимости пути назад:

$$TC_2 = (\sum_{i=2}^N a_i) * a_1 + (\sum_{i=3}^N a_i) * a_2 + \dots + 0 * a_N$$

По аналогии можно представить это выражение как:

$$TC_2 = \sum_{i \neq j} a_i * a_j,$$

что тоже не зависит от порядка доставки.

Таким образом, общие издержки на доставку груза будут одинаковыми вне зависимости от того, в каком порядке груз будут развозить.

Ответ: в любом порядке.

## Задача №4

### Условие задачи

В Тихом океане находятся два островных государства – А и Б. Их экономики очень просты, в них производятся только хлеб и стрижки. Число человек не обязано быть целым, т.к. многие работают неполный рабочий день. В таблице представлено количество человек, необходимое для производства одной единицы каждого блага:

Страна	Хлеб	Стрижка
А	10	0,1
Б	4	0,2

В стране А живёт 1000 человек, в стране Б – 400 (все население трудоспособно, безработицы нет, все люди одинаковы в своих способностях). Между островами А и Б ходит грузовой корабль, который может перевозить любые объёмы товаров, но не может перевозить людей.

### Вопросы

1. Изобразите кривые производственных возможностей для обеих стран. Каковы пропорции обмена товаров в каждой из экономик, если острова не торгуют друг с другом?

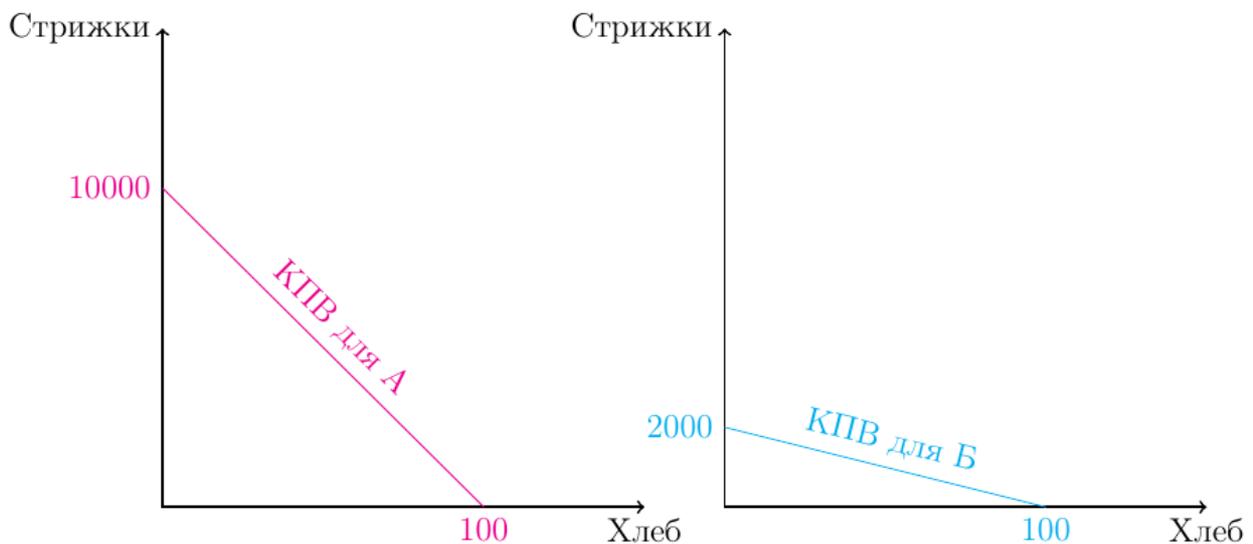
- Пусть теперь возможна международная торговля. Какие торговые потоки установятся между двумя странами в равновесии?
- За долгие годы население стран научилось не только печь хлеб, но и готовить торты. При этом новые правила гигиены требуют, что за рассматриваемый период каждому жителю обеих стран требуется подстричься ровно один раз. Новая полная таблица:

Страна	Хлеб	Стрижка	Торт
А	10	0,1	20
Б	4	0,2	4

Нарисуйте новые кривые производственных возможностей в координатах «Торты-Хлеб» при условии соблюдения правил гигиены. Каковы пропорции обмена товаров внутри экономик?

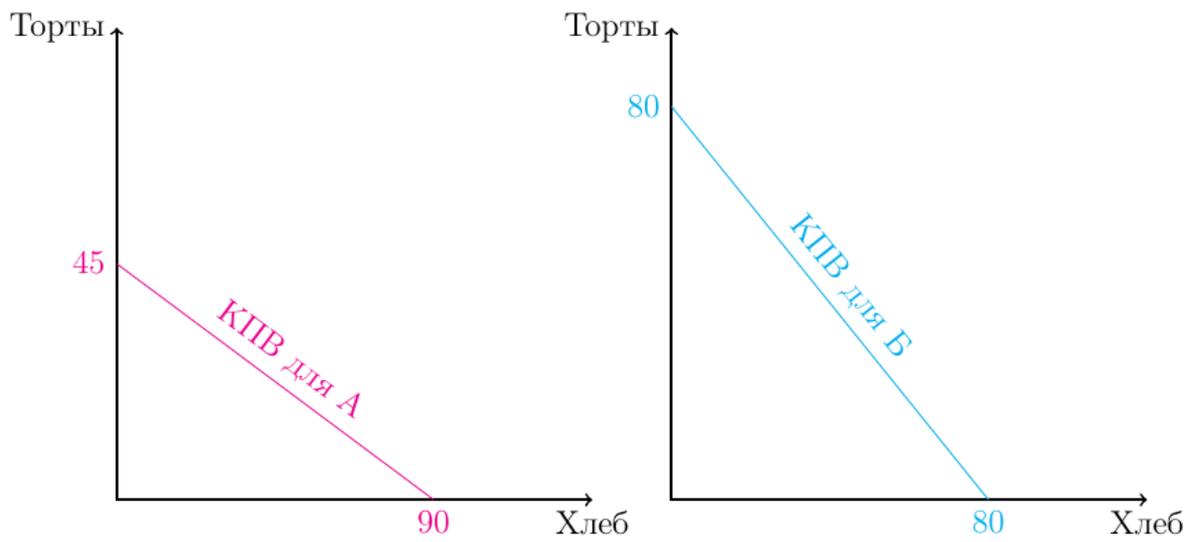
### Решение

- Кривые производственных возможностей. В экономике А: сто единиц стрижек на одну единицу хлеба. В экономике Б: двадцать стрижек на единицу хлеба.



- Будет такое же равновесие, как было в автаркии. Стрижки – неторгуемое благо, а условия сбалансированности и невозможности движения людей означают, что одна страна не может поставлять другой хлеб просто так. Это означает, что между странами не будет торговли.
- Условие новых правил гигиены означает, что в каждой стране производится ровно по одной стрижке на каждого человека населения – в стране А производится 1000 стрижек, требуя труд 100 человек, а в стране Б – 400, требуя

труд 80 человек. Свободная рабочая сила в А – 900 человек, в Б – 320. Рисуем кривые.



В стране А: два хлеба за один торт. В стране Б: один хлеб за один торт.