



ОТКРЫТЫЙ ЧЕМПИОНАТ
ШКОЛ ПО ЭКОНОМИКЕ
МГУ имени М.В.Ломоносова

Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова

Экономический факультет
МГУ имени М.В.Ломоносова



При поддержке Правительства Москвы

Открытый чемпионат школ по экономике

Задания индивидуального тура

Задача №1

Условие задачи

В одном регионе рынок свиней в год t характеризуется функцией спроса $Q_t^d = 120 - 2P_t$, где Q_t – количество свиней в тыс. штук, а P_t – цена в руб. Производители не обладают полной информацией о спросе и руководствуются ценой, установившейся в прошлом году, поэтому предложение имеет следующий вид: $Q_t^s = P_{t-1}$. В год 0 рынок находился в равновесии, но в год 1 случилась вспышка свиного гриппа, и свиней осталось лишь 20 тыс. штук во всём регионе!

Вопросы

- 1) Найдите исходное равновесие на рынке. Сколько свиней будет продано на рынке через три года (в году 4)?
- 2) Изобразите ситуацию на графике со спросом и предложением. Укажите на графике цену товара и фактический объем продаж в годах 1, 2, 3, 4.
- 3) Проанализируйте результаты расчетов и построенный график и ответьте на вопрос: вернётся ли рынок в равновесие через бесконечный промежуток времени?

Фермеры из соседнего региона, характеризующегося такой же функцией спроса, узнали о последствиях свиного гриппа в первом регионе и потому решили впредь производить $Q_t = 3P_{t-1}$ тыс. свиней.

4-6) Повторите пункты 1-3 для соседнего региона, если в t_0 ($t=0$) у более запасливых местных фермеров осталось 68 тыс. свиней. Проинтерпретируйте полученный результат.

Решение

- 1) До эпидемии цена из года в год не менялась, и спрос был равен предложению, т.е.

$$P_{t-1} = P_t \quad \text{и}$$

$$120 - 2P_t = P_t \rightarrow P^* = 40, Q^* = 40$$

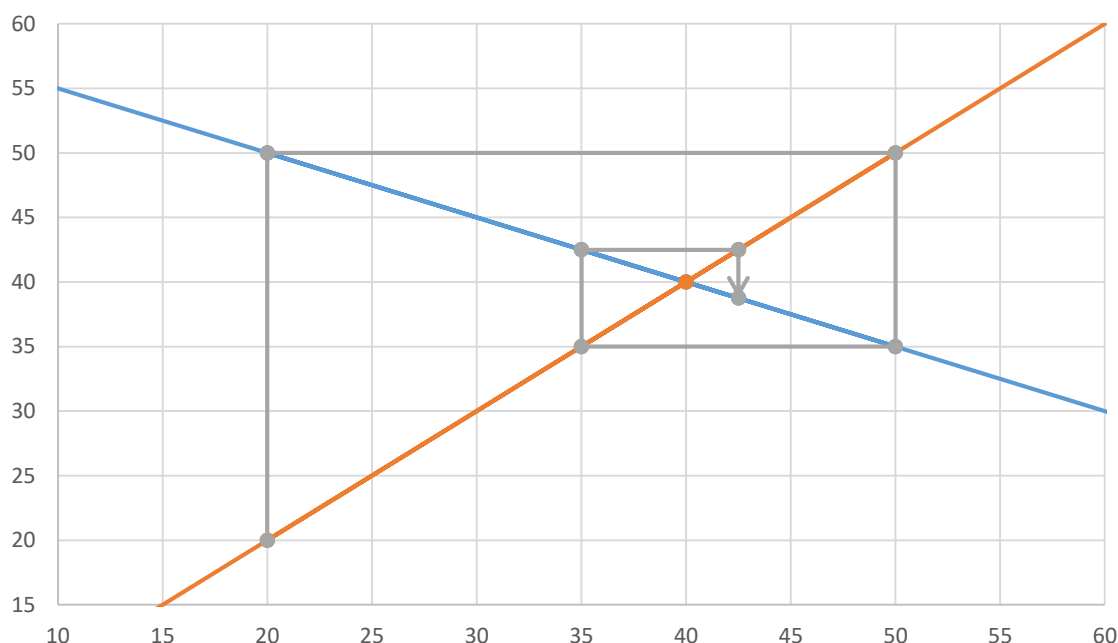
Тогда в год t_0 на рынке предложение ограничено 20 тыс. шт.: $Q = Q_{t_0} = 20, P_{t_0} = 60 - 0,5Q_{t_0} = 50$.

В год t_1 $Q_{t_1} = Q_{t_1}^s = P_{t_0} = 50, P_{t_1} = P_{t_1}^d = 35$.

В году t_2 $Q_{t_2} = Q_{t_2}^s = P_{t_1} = 35, P_{t_2} = P_{t_2}^d = 42,5$.

Наконец, в году t_3 $Q_{t_3} = Q_{t_3}^s = P_{t_2} = 42,5, P_{t_3} = P_{t_3}^d = 38,75$.

- 2) Изобразим на графике реализуемые объемы (ось ОХ) и соответствующие им цены (ось ОУ) от момента времени t_0 до t_3 :



- 3) При наличии графика за правильный ответ можно засчитывать отсылку к нему. Для более строгого обоснования рассмотрим величину отклонения от равновесного уровня цен (по количеству проданных свиней аналогично можно рассчитать отклонения):

$$t_0: |P_t - P^*| = 50 - 40 = 10$$

$$t_1: |P_t - P^*| = 40 - 35 = 5$$

$$t_2: |P_t - P^*| = 42,5 - 40 = 2,5$$

$$t_3: |P_t - P^*| = 40 - 38,75 = 1,25 \text{ и т.д.}$$

Т.е. с каждым годом цена реализации становится в два раза ближе к равновесной => при росте t рынок сходится к равновесию.

- 4) До эпидемии цена из года в год не менялась и спрос был равен предложению, т.е.

$$P_{t-1} = P_t \quad \text{и}$$

$$120 - 2P_t = 3P_t \rightarrow P^* = 24, Q^* = 72.$$

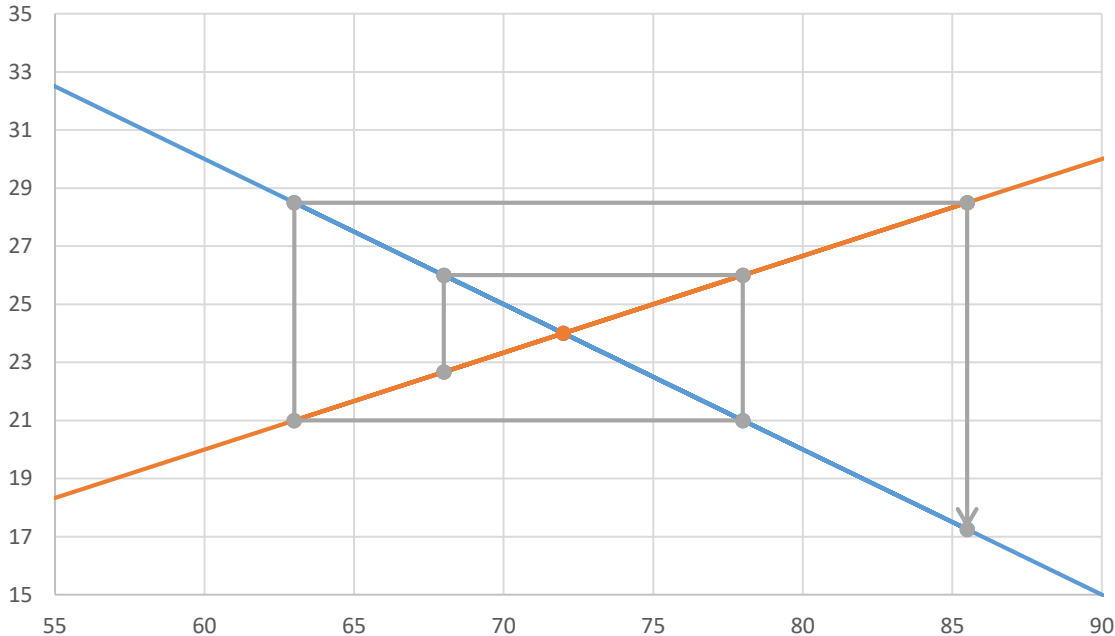
Тогда в год t_0 на рынке предложение ограничено 20: $Q = Q_{t_0} = 68, P_{t_0} = 60 - 0,5Q_{t_0} = 26$.

В год t_1 $Q_{t_1} = Q_{t_1}^s = 3P_{t_0} = 78, P_{t_1} = P_{t_1}^d = 21$.

В году t_2 $Q_{t_2} = Q_{t_2}^s = 3P_{t_1} = 63, P_{t_2} = P_{t_2}^d = 28,5$.

Наконец, в году t_3 $Q_{t_3} = Q_{t_3}^s = 3P_{t_2} = 85,5; P_{t_3} = P_{t_3}^d = 17,25$.

5) Изобразим происходящее на графике:



6) Рассмотрим величину отклонения от равновесного уровня цен (по кол-ву аналогично):

$$t_0: |P_t - P^*| = 26 - 24 = 2$$

$$t_1: |P_t - P^*| = 24 - 21 = 3$$

$$t_2: |P_t - P^*| = 28,5 - 24 = 4,5$$

$$t_3: |P_t - P^*| = 24 - 17,25 = 6,75 \text{ и т.д.}$$

Т.е. с каждым годом цена реализации становится в полтора раза дальше от равновесной \Rightarrow при росте t рынок не сходится к равновесию.

Интерпретация: в зависимости от наклонов функций спроса и предложения равновесие в подобной модели может быть как устойчивым (пп. 1-3), т.е. после шока рынок возвращается к равновесию, так и неустойчивым (пп. 4-6), т.е. после шока рынок не возвращается к равновесию.

Задача №2

Условие задачи

Вова испортил любимую рубашку школьного хулигана. За это ему в течение трёх месяцев нужно будет выплачивать некую сумму каждый месяц таким образом, что каждый следующий "взнос" будет больше предыдущего в одно и то же количество раз. В результате сумма "взносов" должна составить 3500 рублей.

Если же Вова согласится давать хулигану списывать на протяжении этих трёх месяцев, то хулиган готов будет снизить размер необходимых "платежей". По такой схеме выплат Вове в первый месяц нужно будет заплатить такую же сумму, как и в

первом случае, во второй месяц потребуется внести на 250 рублей меньше, а в третьем месяце – в два раза меньше, чем в случае первой схемы. При этом оказалось, что в рамках второй схемы выплаты образуют арифметическую прогрессию!

Вопрос

Найдите сумму, которую придётся отдать хулигану Вове в первом месяце (то есть размер первого "взноса").

Решение

Обозначим за b_1, b_2 и b_3 суммы взносов по второй схеме.

Тогда из второй схемы:

$$b_3 - b_2 = b_2 - b_1$$

А из первой:

$$\begin{cases} \frac{b_1}{b_2+250} = \frac{b_2+250}{2b_3} \\ b_1 + (b_2 + 250) + 2b_3 = 3500 \end{cases}$$

Далее принимается любое решение данной системы. Например, сначала подставим b_3 из первого уравнения во второе и третье:

$$\begin{cases} \frac{b_1}{b_2+250} = \frac{b_2+250}{4b_2-2b_1} \\ b_1 + (b_2 + 250) + 4b_2 - 2b_1 = 3500 \end{cases}$$

Далее подставим b_2 из второго уравнения в первое:

$$\frac{b_1}{0,2b_1+900} = \frac{0,2b_1+900}{-1,2b_1+2600}$$

Наконец, перемножив крест на крест, получим (далее обозначим $b_1 = b$):

$$\begin{aligned} -1,2b^2 + 2600b &= 0,04b^2 + 360b + 810000 \\ 1,24b^2 - 2240b + 810000 &= 0 \end{aligned}$$

Заменим $x = b/1000$

$$1240000x^2 - 2240000x + 810000 = 0$$

$$124x^2 - 224x + 81 = 0$$

$$D = 224^2 - 4 * 81 * 124 = 10000$$

$$x = \frac{224 \pm 100}{248}$$

$$b = 500 \text{ или } b = \frac{81000}{62} \approx 1300$$

